

小林研朝ゼミ

桑名分 第14回(2018/06/22)

無次元化(規格化・規準化)

レイノルズ数

第12回p.7 シミュレーションの手順

手順2(無次元化する場合が多い)

連続の式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

運動量保存を表す式 (Navier-Stokes方程式)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad \dots \text{x軸方向}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad \dots \text{y軸方向}$$

独立変数

t : 時間

x : 座標1

y : 座標2

従属変数

u : x軸方向の速度

v : y軸方向の速度

p : 圧力

定数

Re : レイノルズ数

油 : Re 小さい

水 : Re 大きい

*** 定数を一つにできる**

詳しくやります

無次元化(規格化)の手順

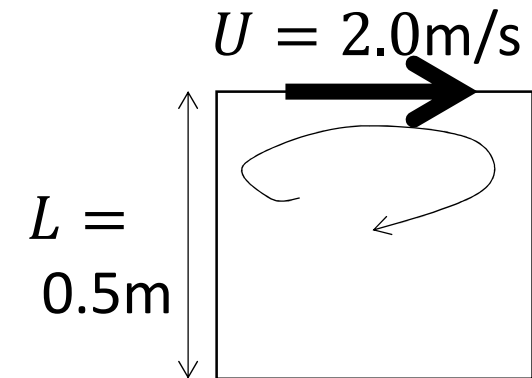
キャビティ流れの例

U : 代表的な速度(キャビティ上部)

L : 代表的な長さ(キャビティの一边)とする。

x : 実際の位置座標、 $\bar{x}$: 位置座標(無次元)

などと書くことにする。



$x = L\bar{x}$, $y = L\bar{y}$, $u = U\bar{u}$, $v = U\bar{v}$, $t = \frac{L}{U}\bar{t}$, $p = \rho U^2 \bar{p}$ とおく。

微分演算子の変換: $\frac{d}{dx} = \frac{d\bar{x}}{dx} \frac{d}{d\bar{x}} = \frac{1}{L} \frac{d}{d\bar{x}}$, $\frac{d^2}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{L} \frac{d}{d\bar{x}} \right) = \frac{1}{L} \frac{d}{d\bar{x}} \left(\frac{1}{L} \frac{d}{d\bar{x}} \right) = \frac{1}{L^2} \frac{d^2}{d\bar{x}^2}$

たとえば x 軸方向のNavier-Stokes方程式に代入してみる。

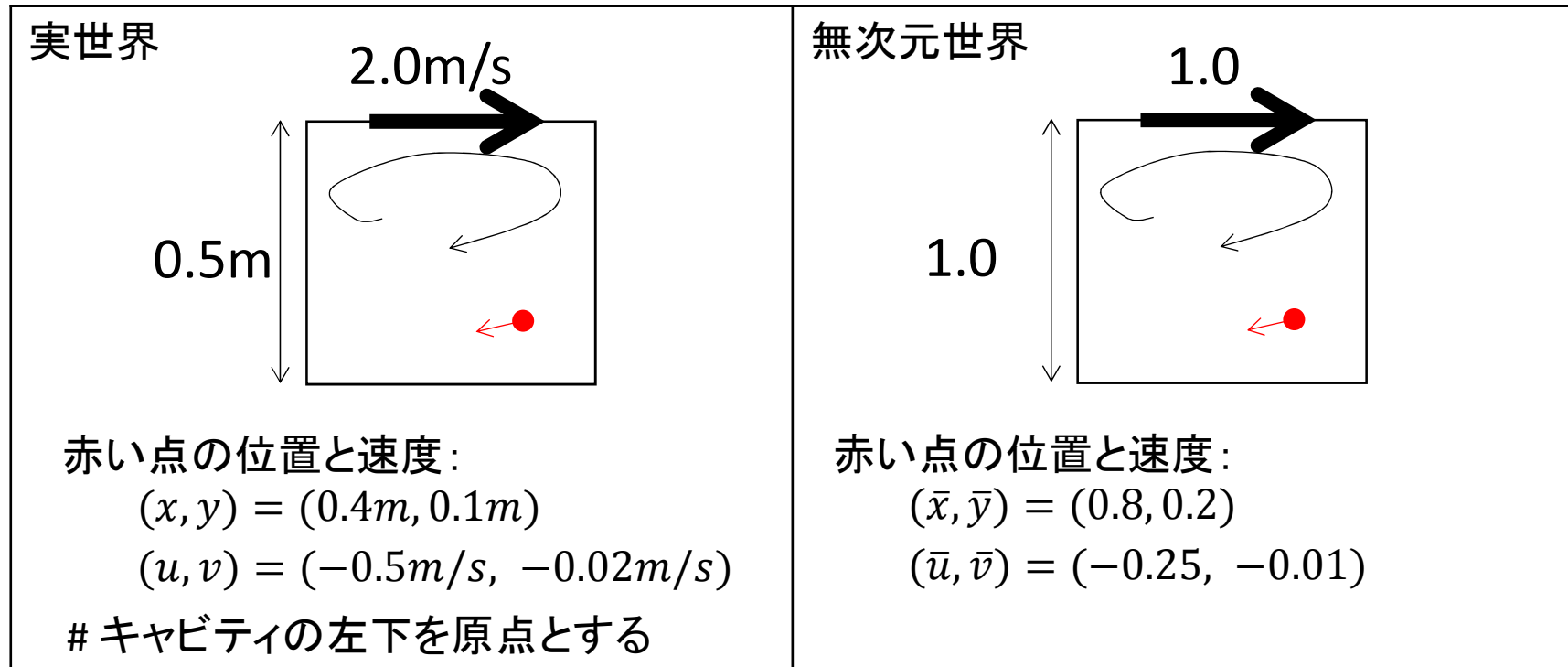
$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ \rightarrow \frac{U}{L} \frac{\partial U\bar{u}}{\partial \bar{t}} + U\bar{u} \cdot \frac{1}{L} \frac{\partial U\bar{u}}{\partial \bar{x}} + U\bar{v} \cdot \frac{1}{L} \frac{\partial U\bar{u}}{\partial \bar{y}} &= -\frac{1}{\rho} \frac{1}{L} \frac{\partial \rho U^2 \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \frac{\mu}{\rho} \frac{1}{L^2} \left(\frac{\partial^2 U\bar{u}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 U\bar{u}}{\partial \bar{y}^2} \right) \\ \rightarrow \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} &= -\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \frac{\mu}{\rho LU} \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} \right) \end{aligned}$$

$\text{Re} = \frac{\rho LU}{\mu}$	ρ : 密度 μ : 粘性係数
-----------------------------------	-----------------------------

無次元量を表すバーは、省略する

無次元化(規格化)とは

キャビティ流れの例



無次元化(規格化)のメリット:

- ・式がシンプル(本質的)になる
- ・単位を気にしなくてすむ
- ・基準とした量より大きいのか小さいのか、わかりやすい
- ・流体の性質を、一つのパラメータで議論できる

無次元化は回路設計でも使われる

フィルタの
設計時に
無次元化
(正規化・
規準化)が
使われる例

画像割愛

無次元化は回路設計でも使われる

画像割愛

レイノルズ数の意味

定義: $Re = \frac{\rho LU}{\mu}$

U : 代表的な(基準とする)速度[m/s]

L : 代表的な(基準とする)長さ[m]

ρ : 流体の密度[kg/m³]

μ : 流体の粘性係数[kg/(m·s)]

定義2: $Re = \frac{LU}{\nu}$

$\nu (= \frac{\mu}{\rho})$: 動粘度[m²/s]

物理的な意味

「慣性力と粘性力の比」

レイノルズ数が小さい

= 粘性の影響が大きい

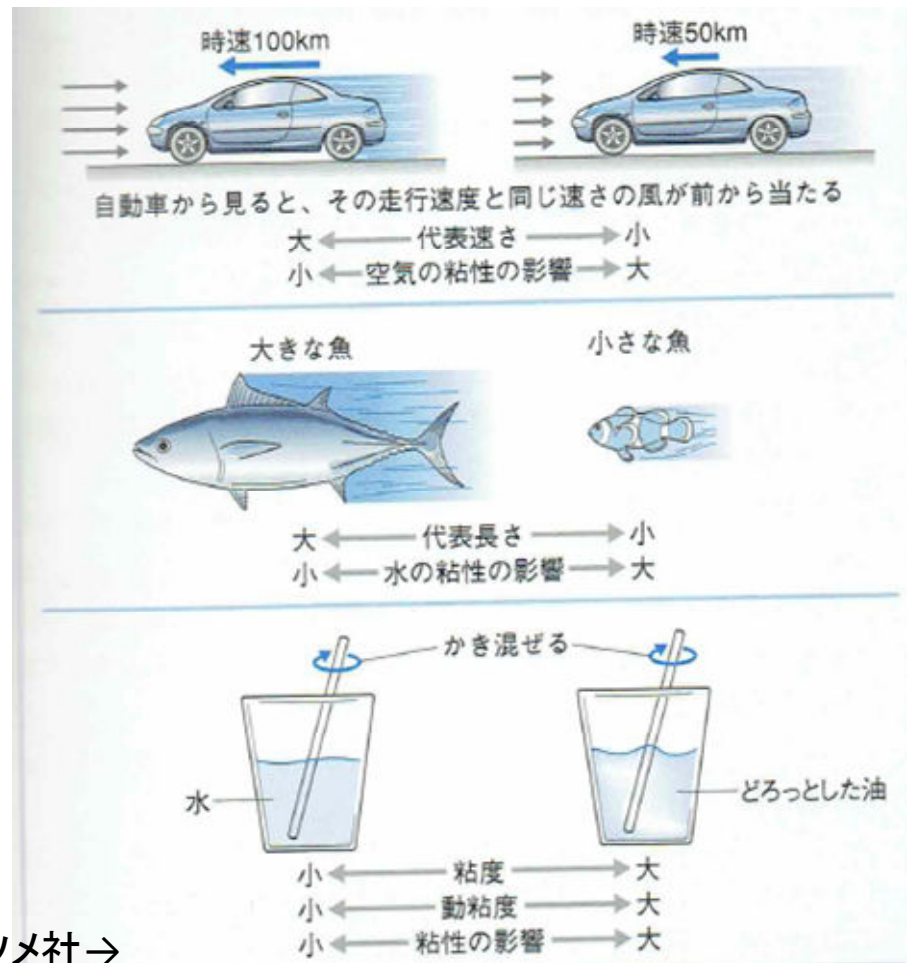
2ページ目に書いた

油: Re小さい

水: Re大きい

は、厳密には間違った説明。

[画像出典] 石綿良三著「図解雑学 流体力学」ナツメ社→

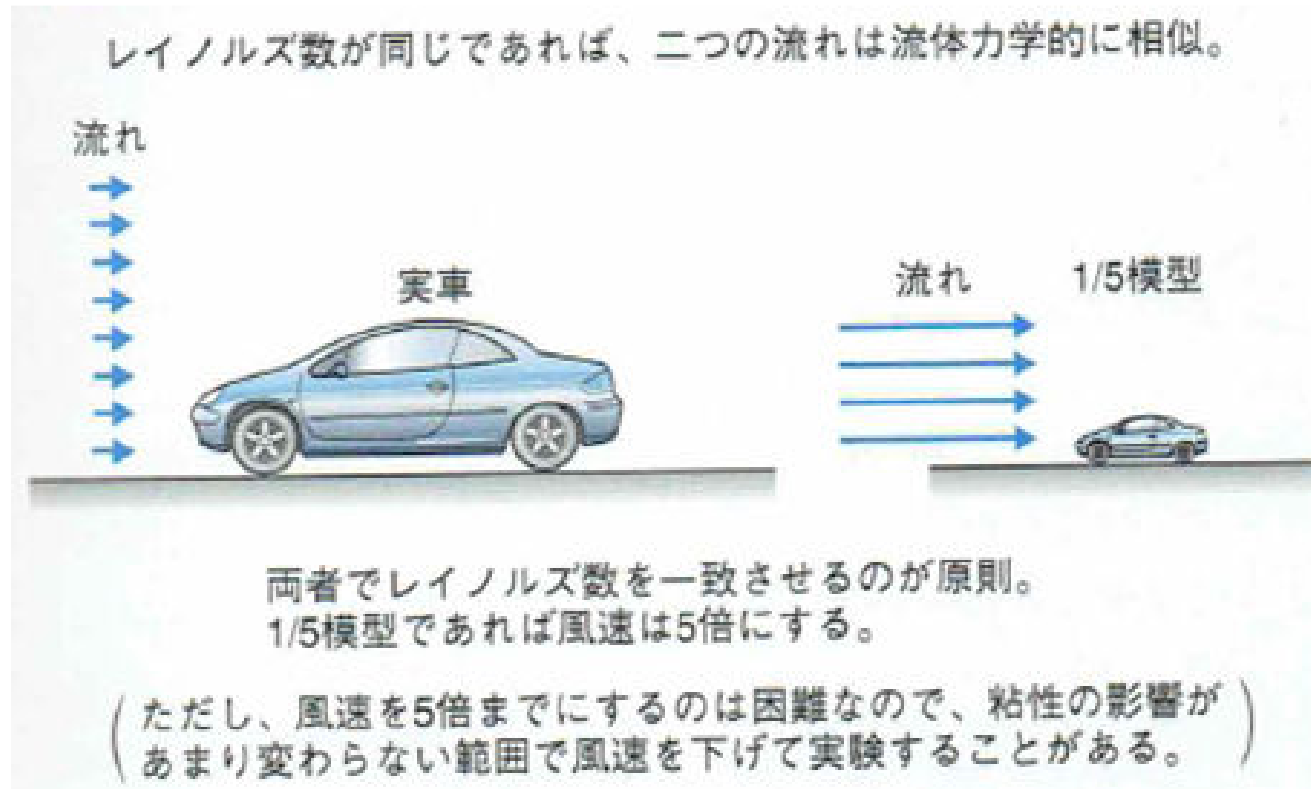


画像割愛

画像割愛

レイノルズの相似則

模型実験などでは、レイノルズ数を同じにする。



[画像出典]
石綿良三著
「図解雑学 流体力学」
ナツメ社

1/5模型なので、風速も1/5にしたくなるが、それは間違い。
小さな模型では、実車よりも粘性力の影響が大きくなる。
実車にかかる粘性力と同じ条件にするためには
速度を5倍にするか、粘性係数が1/5の流体を使う。

レイノルズ数によって キャビティ流れの形が異なる

参考: 株式会社熱流体エンジニアリング

http://www.tf-eng.com/example_html/example_2d-cavity_bench.html

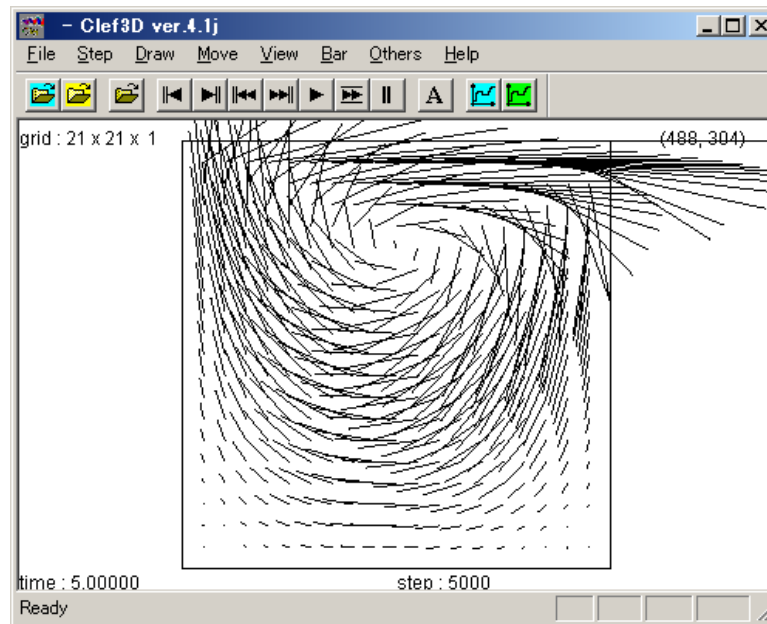
画像割愛

数値計算では

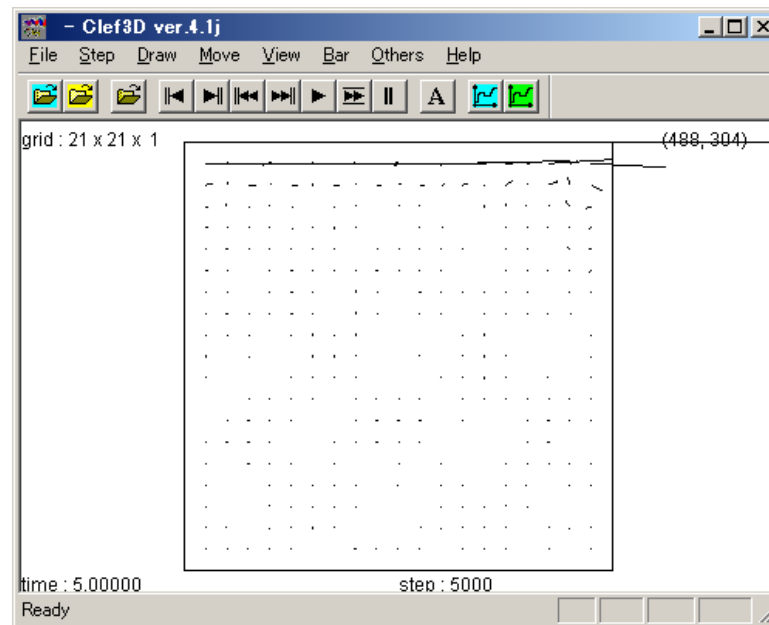
レイノルズ数を変更すればよいが...

```
integer,parameter :: MX=21↵
integer,parameter :: MY=21↵
integer,parameter :: MZ=1↵
real,parameter :: RE=10↵
real,parameter :: DT=0.001↵
real,parameter :: XX=1.0↵
real,parameter :: YY=1.0↵
real,parameter :: EPS=1.0e-5↵
integer,parameter :: NMAX=5000↵
integer,parameter :: NPMAX=100↵
```

Re=10



Re=10000 (解けていない)



レイノルズ数が大きくなると流体の動きが複雑になるので解きにくい。数値計算を行ううえで、工夫が必要。